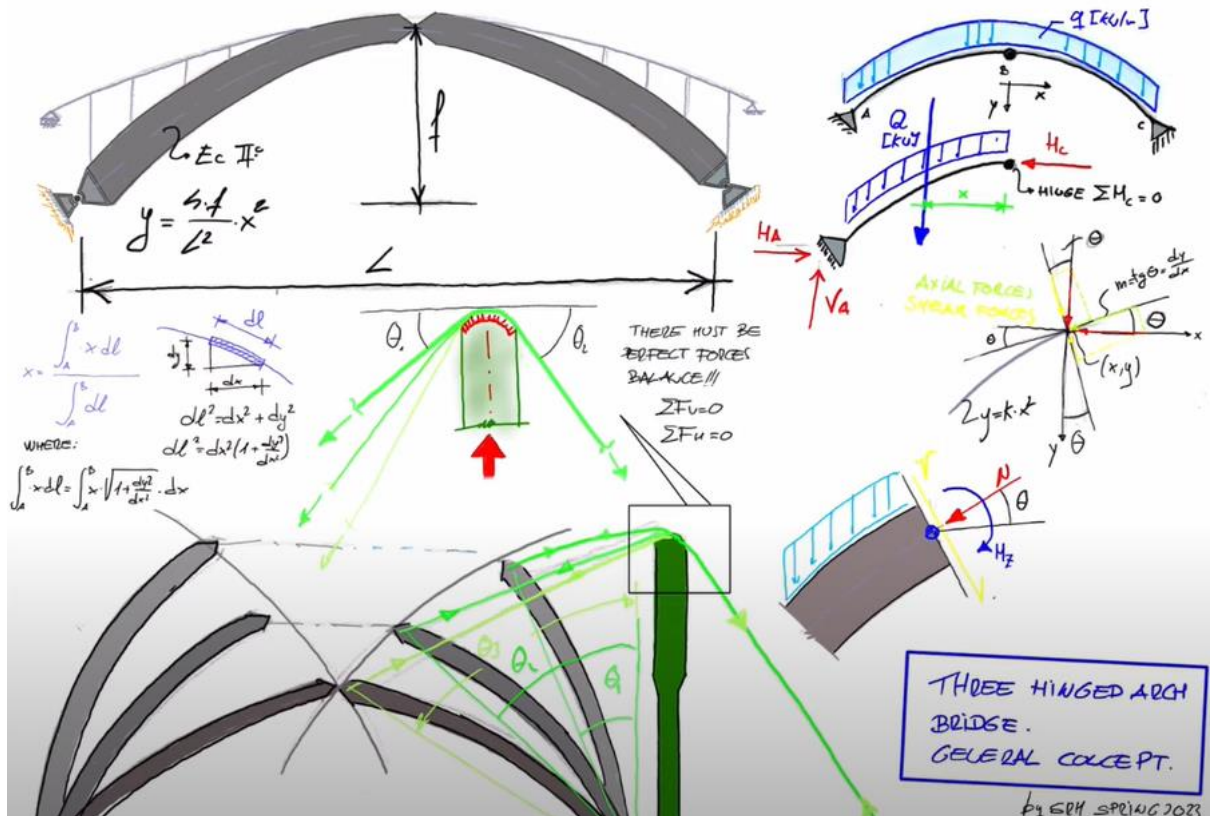
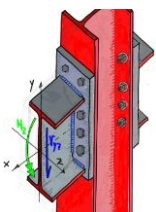


# RESOLUCIÓN DE ARCO PARABÓLICO TRIARTICULADO MEDIANTE CÁLCULO TRADICIONAL. CONTRASTE DE RESULTADOS CON SOFTWARE DE CÁLCULO SAP2000

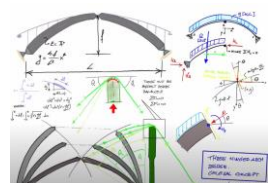


Video explicativo en:

<https://www.youtube.com/watch?v=19SSw1n-7BQ>



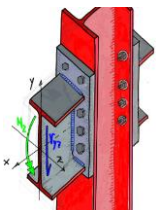
Pedro MARTINEZ & Sergio RODRIGUEZ  
[https://youtube.com/@canal\\_estructuras\\_sergio](https://youtube.com/@canal_estructuras_sergio)



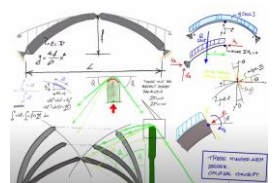
Nota de los autores:

*Este documento es únicamente de carácter didáctico. Se ha pretendido en todo momento describir el cálculo “paso a paso” para la total comprensión del mismo.*

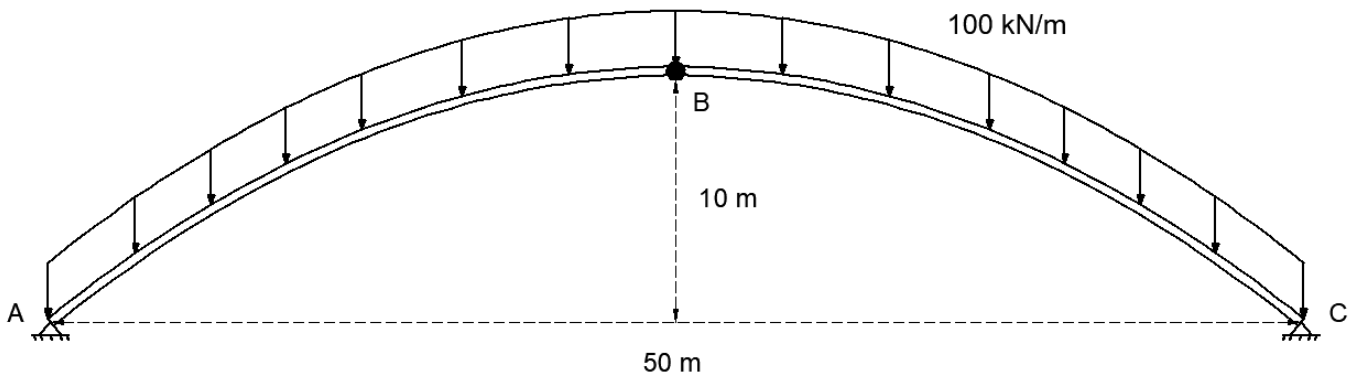
*Queda expresamente prohibida la copia, reproducción o difusión mediante cualquier medio del presente documento para fines lucrativos.*



Pedro MARTINEZ & Sergio RODRIGUEZ  
[https://youtube.com/@canal\\_estructuras\\_sergio](https://youtube.com/@canal_estructuras_sergio)

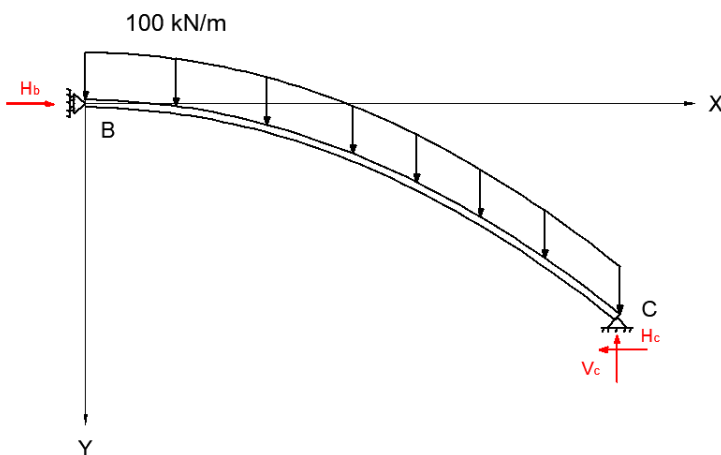


1. Determinación de las reacciones del arco parabólico adjunto



Lo primero que vamos a hacer es determinar si la estructura es isostática o hiperestática.

Para mayor facilidad de trabajo y por ser una estructura simétrica de carga y forma, nos vamos a quedar con la mitad de la estructura aplicando los conceptos de simetría.



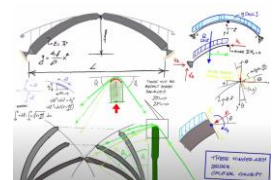
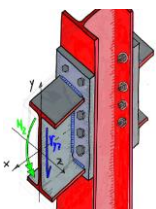
$$GH = 3 - 3 = 0$$

Como se puede ver, estamos frente a una estructura isostática, lo que quiere decir que se podrá resolver con las ecuaciones de la estática.

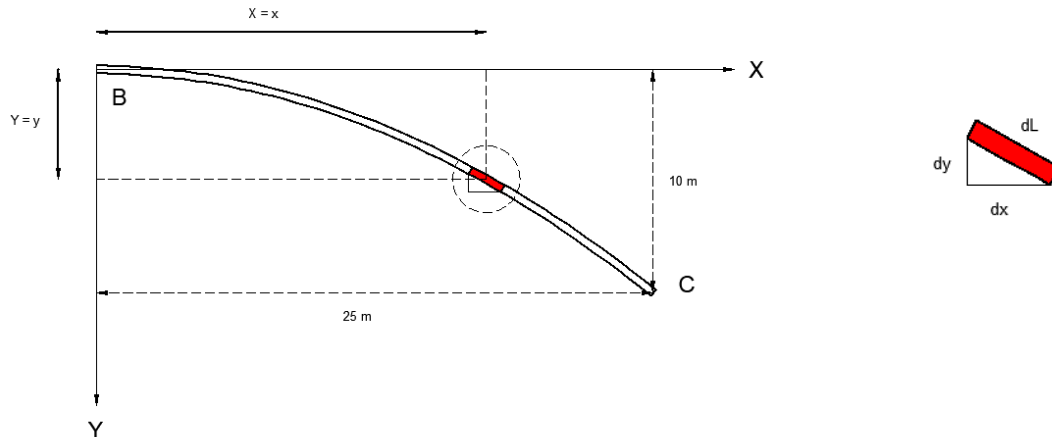
Lo primero es determinar la ecuación de la parábola. Como existe tangente horizontal en el origen, la expresión quedará reducida a:  $y = a * x^2$

$$\left. \begin{array}{l} x = 25 \\ y = 10 \end{array} \right\} 10 = a * 25^2 \rightarrow a = 0,016$$

Por lo que la ecuación de la parábola quedará definida de la siguiente manera:  $y = 0,016 * x^2$



Calculamos el c.d.g. del arco parabólico:



Por Pitágoras sabemos que:

$$dL^2 = dx^2 + dy^2 \rightarrow dL = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{dx^2 + \frac{dy^2 * dx^2}{dx^2}} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] * dx^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow dL = \left[\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\right] * dx \quad \text{(EC-1)}$$

De la ecuación de la parábola obtenemos:

$$y = 0,016 * x^2 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 0,032 * x \quad \text{(EC-2)}$$

Reemplazamos (EC-2) en (EC-1):

$$dL = \left[\sqrt{1 + 0,032^2 * x^2}\right] * dx \quad \text{(EC-3)}$$

NOTA: En este caso es importante operar con todos los decimales que podamos para poder aproximarnos a la solución del software de cálculo.

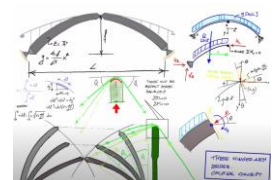
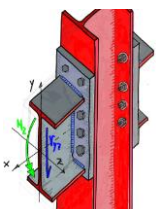
Procedemos a integrar sabiendo que el c.d.g del arco parabólico sigue las siguientes expresiones para las coordenadas "X", que es la que nos interesa:

$$X = \frac{\int x * dL}{\int dL} = \frac{\int_0^{25} x * \left[\sqrt{1 + 0,032^2 * x^2}\right] * dx}{\int_0^{25} \left[\sqrt{1 + 0,032^2 * x^2}\right] * dx} = 13,04448247$$

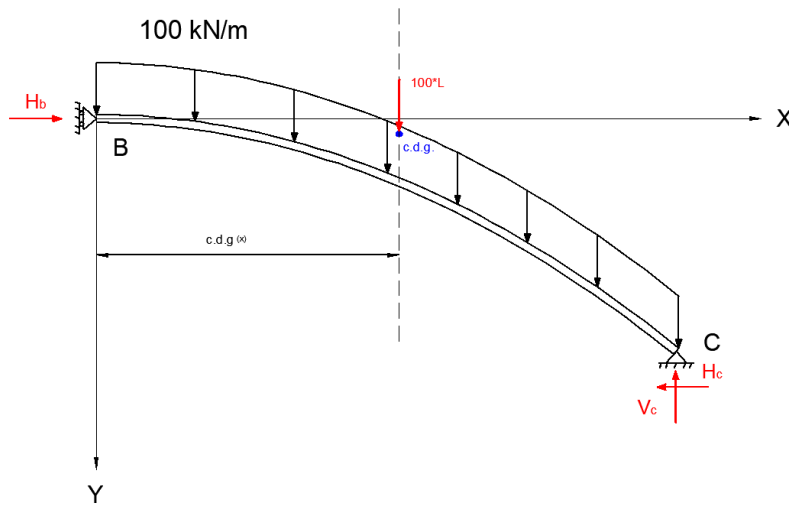
Necesitaremos también conocer la longitud del arco parabólico. Tomaremos la (EC-3) e integraremos a ambos lados, obteniendo:

$$L = \int_0^{25} \left[\sqrt{1 + 0,032^2 * x^2}\right] * dx \rightarrow L = 27,45575209 \text{ m}$$

$$\text{(EC-4)}$$



Resolvemos la estructura isostática calculando las reacciones:

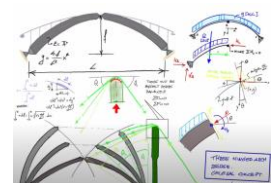
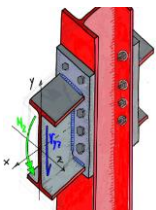
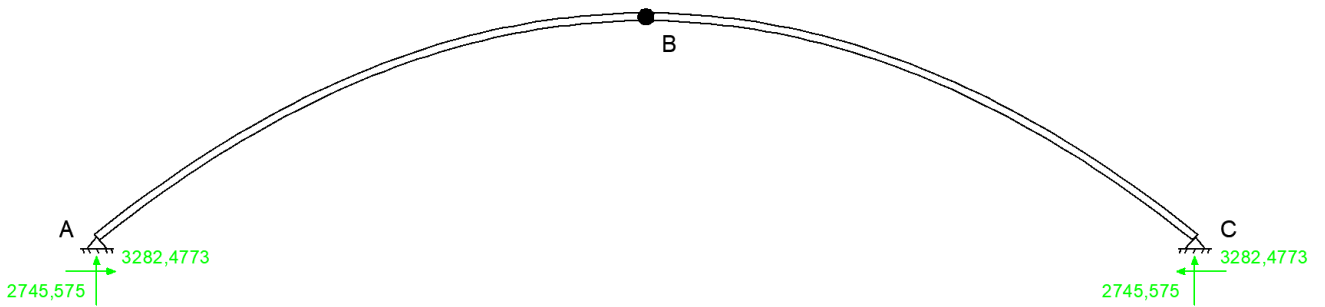


$$\sum FV = 0 \rightarrow V_C = 100 * L = 2745,575 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow 2745,575 * (c.d.g.x) + H_C * (10) = 2745,575 * (25) \rightarrow H_C = 3282,4773 \text{ kN}$$

$$\sum FH = 0 \rightarrow H_B = H_C = 3282,4773 \text{ kN}$$

Las reacciones quedarían:



2. Determinación del diagrama de esfuerzos flectores, cortantes y axiles

Diagrama de flectores

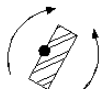
Calculamos la longitud del sector de arco parabólico utilizando la (EC-4):

$$L = \int_0^x \left[ \sqrt{1 + 0,032^2 * x^2} \right] * dx \rightarrow L = \frac{4 * x * \sqrt{16 * x^2 + 15625} + 15625 * \operatorname{arcsenh} \left( \frac{4 * x}{125} \right)}{1000}$$

Con la ecuación anterior del cálculo del c.d.g. podemos obtener el c.d.g. del sector de arco parabólico:

$$X = \frac{\int_0^x x * \left[ \sqrt{1 + 0,032^2 * x^2} \right] * dx}{\int_0^x \left[ \sqrt{1 + 0,032^2 * x^2} \right] * dx} = \frac{(16 * x^2 + 15625)^{\frac{3}{2}} - 1953125}{6000 L}$$

La ley de flectores resultará:  $0 \leq x \leq 25$



$$Mz_B^C = 3284,22 * y - 100 * L * (x - X) =$$

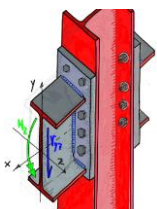
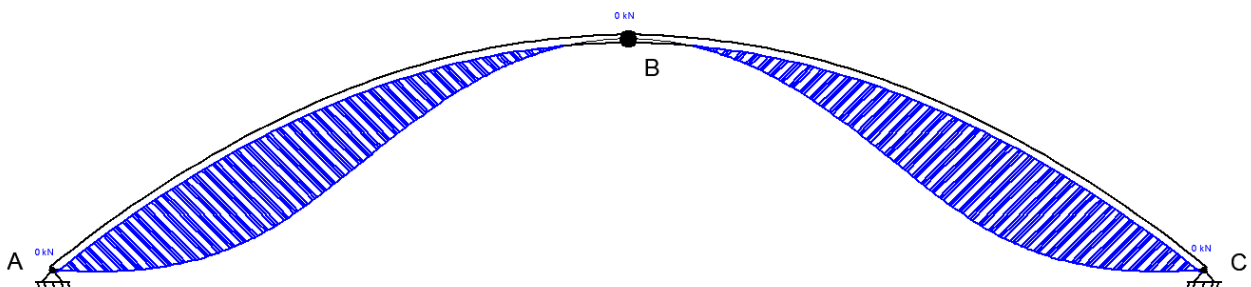
$$= 3282,4773 * 0,016 * x^2 - 100 * L * \left[ x - \frac{(16 * x^2 + 15625)^{\frac{3}{2}} - 1953125}{6000 L} \right] =$$

$$= 3282,4773 * 0,016 * x^2 - 100 * L * x + 100 * \left[ \frac{(16 * x^2 + 15625)^{\frac{3}{2}} - 1953125}{6000} \right] =$$

$$x = 0 \rightarrow Mz_B = 0 \text{ kN} * \text{m}$$

$$x = 25 \rightarrow Mz_C = 0 \text{ kN} * \text{m}$$

NOTA: En el anexo se podrán observar todos los valores de los momentos flectores, cortantes y axiles obtenidos mediante integración numérica.



Pedro MARTINEZ & Sergio RODRIGUEZ

[https://youtube.com/@canal\\_estructuras\\_sergio](https://youtube.com/@canal_estructuras_sergio)

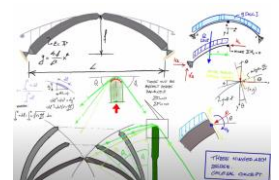
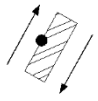


Diagrama de cortantes

La ley de cortantes resultará:  $0 \leq x \leq 25$



$$V_B^C = 3282,4773 * \text{sen } \alpha - 100 * L * \cos \alpha$$

$$x = 0 \rightarrow V_B = 0 \text{ kN}$$

$$x = 25 \rightarrow V_C = -93,37 \text{ kN} * m$$

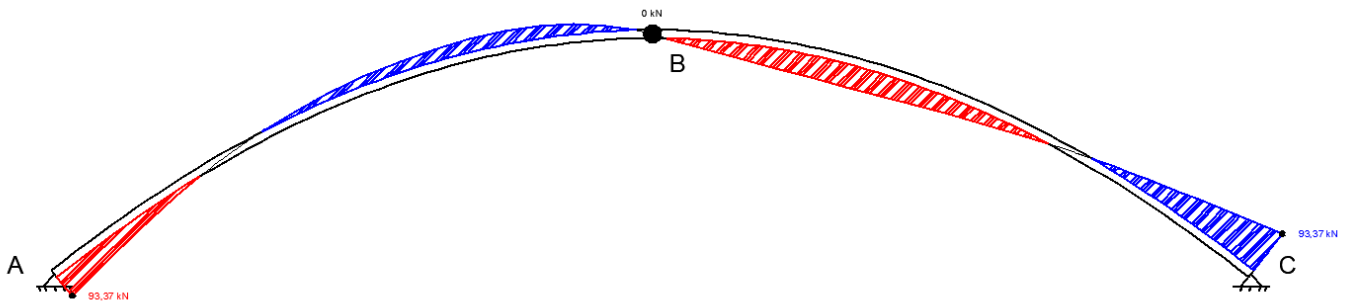


Diagrama de axiles

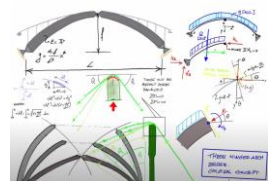
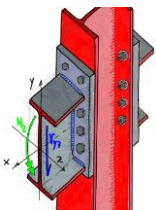
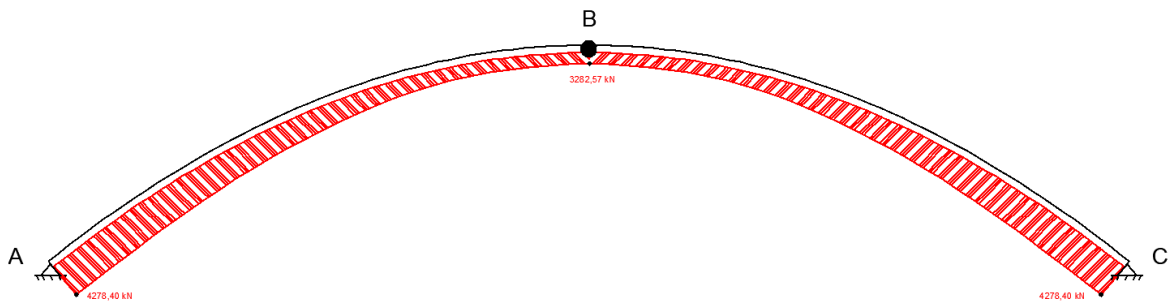
La ley de axiles resultará:  $0 \leq \theta \leq 25$



$$V_B^C = 3284,22 * \cos \alpha + 100 * L * \text{sen } \alpha$$

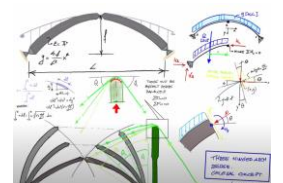
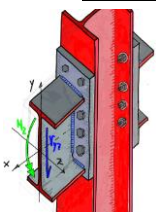
$$x = 0 \rightarrow N_B = 3282,57 \text{ kN}$$

$$x = 25 \rightarrow N_C = 4278,40 \text{ kN} * m$$



3. Anexo de resultados mediante integración numérica

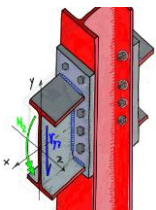
		Integración método numérico		q [KN/m]=	100				
x	y	$\int x * dL$	$\int dL$	$x = \frac{\int x * dL}{\int dL}$	$q * \int dl$	$\alpha = \arctg \frac{dy}{dx}$	Flector	Cortante	Axil
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3282,57
0,50	0,00	0,13	0,50	0,25	50,00	0,02	0,63	2,52	3282,95
1,00	0,02	0,50	1,00	0,50	100,02	0,03	2,52	5,02	3284,09
1,50	0,04	1,26	1,50	0,84	150,06	0,05	18,64	7,49	3285,99
2,00	0,06	2,00	2,00	1,00	200,14	0,06	10,01	9,92	3288,65
2,50	0,10	3,13	2,50	1,25	250,27	0,08	15,58	12,29	3292,07
3,00	0,14	4,51	3,00	1,50	300,46	0,10	22,33	14,59	3296,26
3,50	0,20	6,14	3,51	1,75	350,73	0,11	30,23	16,80	3301,21
4,00	0,26	8,03	4,01	2,00	401,09	0,13	39,22	18,91	3306,93
4,50	0,32	10,18	4,52	2,25	451,55	0,14	49,28	20,91	3313,42
5,00	0,40	12,58	5,02	2,51	502,13	0,16	60,33	22,78	3320,67
5,50	0,48	15,24	5,53	2,76	552,83	0,17	72,33	24,51	3328,71
6,00	0,58	18,16	6,04	3,01	603,67	0,19	85,20	26,09	3337,51
6,50	0,68	21,35	6,55	3,26	654,66	0,21	98,87	27,51	3347,10
7,00	0,78	24,80	7,06	3,51	705,81	0,22	113,27	28,75	3357,47
7,50	0,90	28,53	7,57	3,77	757,14	0,24	128,31	29,81	3368,63
8,00	1,02	32,52	8,09	4,02	808,65	0,25	143,89	30,67	3380,57
8,50	1,16	36,79	8,60	4,28	860,37	0,27	159,93	31,33	3393,30
9,00	1,30	41,33	9,12	4,53	912,29	0,28	176,32	31,77	3406,84
9,50	1,44	46,15	9,64	4,79	964,44	0,30	192,96	31,99	3421,17
10,00	1,60	51,26	10,17	5,04	1016,81	0,31	209,72	31,98	3436,30
10,50	1,76	56,65	10,69	5,30	1069,44	0,32	226,50	31,73	3452,24
11,00	1,94	62,34	11,22	5,55	1122,31	0,34	243,16	31,24	3468,99
11,50	2,12	68,32	11,75	5,81	1175,45	0,35	259,57	30,50	3486,55
12,00	2,30	74,59	12,29	6,07	1228,87	0,37	275,61	29,50	3504,93
12,50	2,50	81,17	12,83	6,33	1282,58	0,38	291,13	28,24	3524,13
13,00	2,70	88,06	13,37	6,59	1336,58	0,39	305,98	26,71	3544,15
13,50	2,92	95,25	13,91	6,85	1390,89	0,41	320,01	24,92	3565,00
14,00	3,14	102,76	14,46	7,11	1445,51	0,42	333,07	22,85	3586,68
14,50	3,36	110,60	15,00	7,37	1500,47	0,43	344,99	20,50	3609,19
15,00	3,60	118,75	15,56	7,63	1555,76	0,45	355,61	17,88	3632,54
15,50	3,84	127,24	16,11	7,90	1611,39	0,46	364,76	14,97	3656,72
16,00	4,10	136,05	16,67	8,16	1667,39	0,47	372,27	11,79	3681,75
16,50	4,36	145,21	17,24	8,42	1723,74	0,49	377,95	8,32	3707,62
17,00	4,62	154,71	17,80	8,69	1780,47	0,50	381,61	4,56	3734,34
17,50	4,90	164,57	18,38	8,96	1837,58	0,51	383,08	0,53	3761,91
18,00	5,18	174,77	18,95	9,22	1895,09	0,52	382,15	-3,80	3790,33



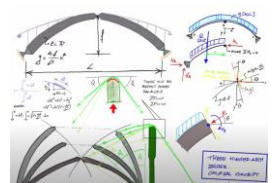


## Resolución de arco parabólico isostático

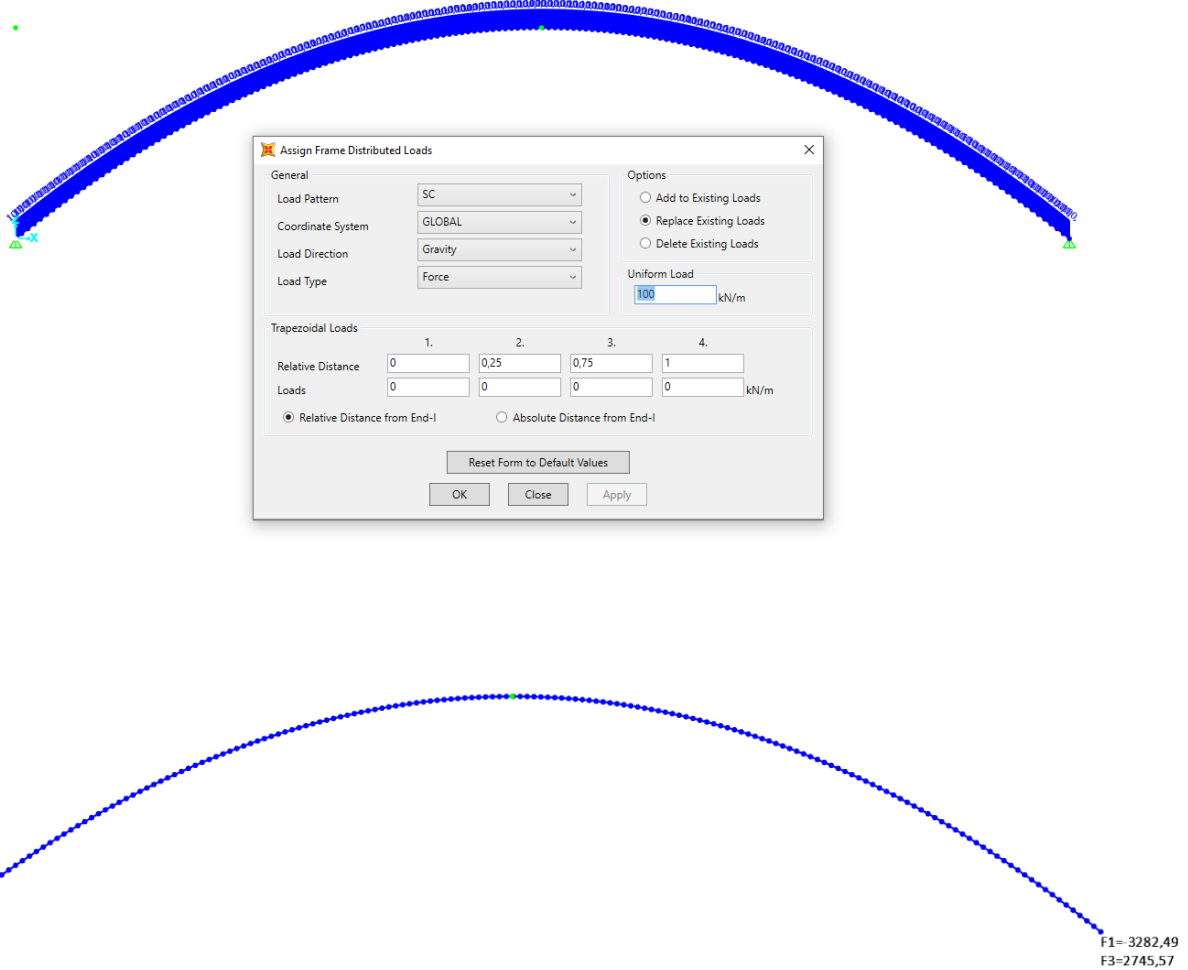
18,50	5,48	185,34	19,53	9,49	1952,99	0,53	378,63	-8,40	3819,60
19,00	5,78	196,27	20,11	9,76	2011,30	0,55	372,32	-13,29	3849,73
19,50	6,08	207,58	20,70	10,03	2070,02	0,56	363,01	-18,46	3880,71
20,00	6,40	219,26	21,29	10,30	2129,17	0,57	350,49	-23,91	3912,55
20,50	6,72	231,33	21,89	10,57	2188,75	0,58	334,55	-29,64	3945,25
21,00	7,06	243,78	22,49	10,84	2248,77	0,59	314,97	-35,65	3978,82
21,50	7,40	256,63	23,09	11,11	2309,24	0,60	291,53	-41,93	4013,24
22,00	7,74	269,88	23,70	11,39	2370,16	0,61	264,00	-48,48	4048,53
22,50	8,10	283,54	24,32	11,66	2431,54	0,62	232,16	-55,31	4084,68
23,00	8,46	297,61	24,93	11,94	2493,38	0,63	195,77	-62,40	4121,69
23,50	8,84	312,10	25,56	12,21	2555,70	0,64	154,60	-69,76	4159,57
24,00	9,22	327,01	26,19	12,49	2618,50	0,65	108,41	-77,38	4198,32
24,50	9,60	342,36	26,82	12,77	2681,79	0,66	56,96	-85,25	4237,93
25,00	10,00	358,15	27,46	13,04	2745,58	0,67	0,00	-93,39	4278,40



Pedro MARTINEZ & Sergio RODRIGUEZ  
[https://youtube.com/@canal\\_estructuras\\_sergio](https://youtube.com/@canal_estructuras_sergio)



4. Comparación de resultados usando SAP2000



RESUMEN CÁLCULOS [REACCIONES]								
TABLE: Joint Reactions						Cálculo tradicional		
Joint	OutputCase	CaseType	F1	F3	M2	F1	F3	M2
Text	Text	Text	KN	KN	KN-m	KN	KN	KN-m
152	SC	LinStatic	3282,49	2745,57	0,00	3282,47	2745,57	0,00
153	SC	LinStatic	3282,49	2745,57	0,00	3282,47	2745,57	0,00

NOTA: Los signos de las reacciones y esfuerzos dependen del convenio empleado

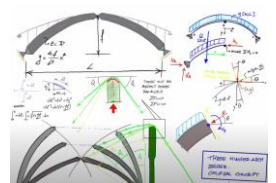
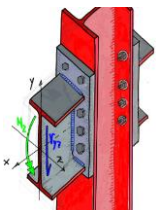
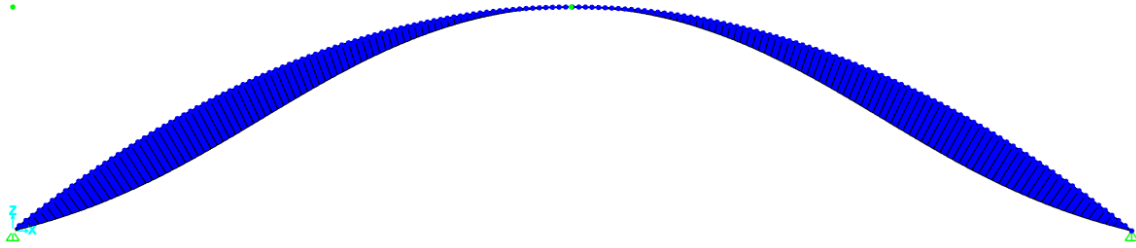


Diagrama de flectores



RESUMEN CÁLCULOS [FLECTOR]					
TABLE: Element Forces - Frames [SAP 2000]			Cálculo tradicional		Variación
OutputCase	CaseType	M3	x	M3	%
Text	Text	KN-m	m	KN-m	
SC	LinStatic	0,00	0,00	0,00	N/A
SC	LinStatic	294,61	12,5	291,13	1,18
SC	LinStatic	0,00	25	0,00	N/A

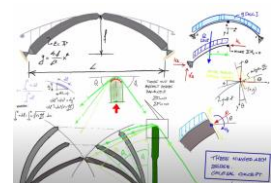
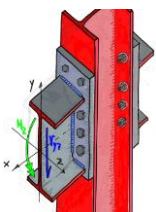
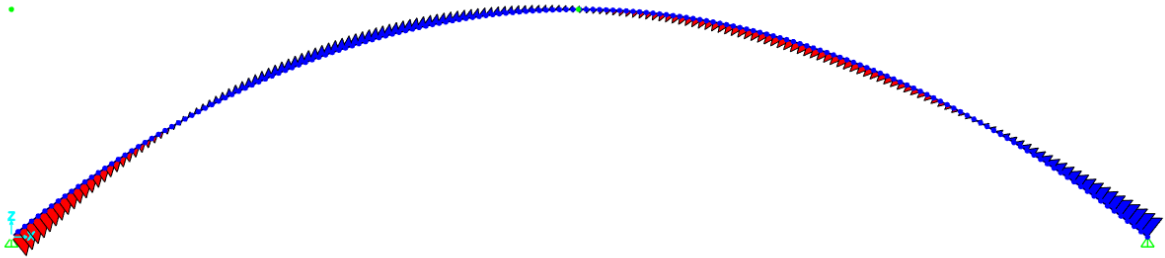


Diagrama de cortantes



RESUMEN CÁLCULOS [CORTANTE]					
TABLE: Element Forces - Frames [SAP 2000]			Cálculo tradicional		Variación
OutputCase	CaseType	V2	x	V2	%
Text	Text	KN	m	KN-m	
SC	LinStatic	0,00	0,00	0,00	N/A
SC	LinStatic	27,33	12,5	28,24	3,22
SC	LinStatic	102,66	25	93,39	9,02

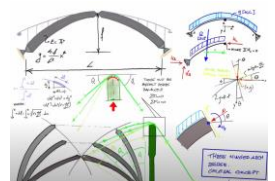
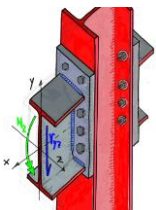
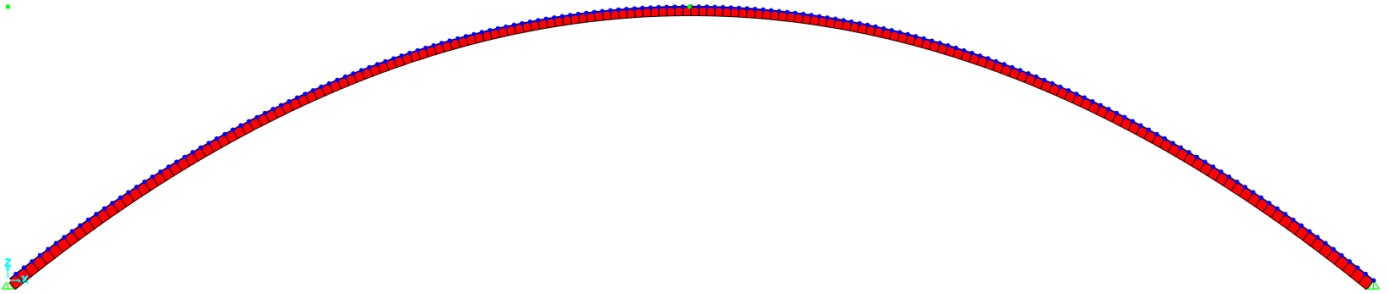


Diagrama de axiles



RESUMEN CÁLCULOS [AXIL]					
TABLE: Element Forces - Frames [SAP 2000]			Cálculo tradicional		Variación
OutputCase	CaseType	P	x	N	%
Text	Text	KN	m	KN-m	
SC	LinStatic	3282,57	0	3282,57	N/A
SC	LinStatic	3528,41	12,5	3524,13	0,10
SC	LinStatic	4281,81	0	4278,40	0,07

